کنترل فرآیندها

۱ ـ دینامیک یک فرآیند توسط معادله دیفرانسیلی به صورت $\ddot{y} + ۳x\dot{y} + (\sin x)y = ۲u$ تعریف می‌شود، فضای حالت این سیستم کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} \dot{z}_۱ \\ \dot{z}_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -\sin x & -۳x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_۱ \\ z_۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix} u$

۲) $\begin{bmatrix} \dot{z}_۱ \\ \dot{z}_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_۱ \\ z_۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} u$

۳) $\begin{bmatrix} \dot{z}_۱ \\ \dot{z}_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & \sin x \\ ۳x & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_۱ \\ z_۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} \\ \frac{۱}{۲} \end{bmatrix} u$

۴) $\begin{bmatrix} \dot{z}_۱ \\ \dot{z}_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_۱ \\ z_۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} u$

۲ ـ تابع تبدیل فضای حالت سیستم مقابل کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-10 & -24\\ 1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1 & 3\end{bmatrix}x\end{cases}$$

۱) $\frac{-(s+3)}{s^2+10s+24}$ ۲) $\frac{s-3}{s^2-10s+24}$ ۳) $\frac{-s+2}{s^2+5s+10}$ ۴) $\frac{s+3}{s^2+10s+24}$

۳ ـ معادله فضای حالت سیستم را طوری بیابید که تابع تبدیل سیستم به صورت زیر باشد؟ (علامت ~ به معنای بردار می‌باشد.)

$$\frac{Y}{U}=\frac{8s+1}{s^2+5s+6}$$

۱) $\begin{cases}\dot{z}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ \tilde{y}=[1 \quad 8]\tilde{z}+0u\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -24 & -10\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=[0 \quad 8]\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 5 & 6\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=[1 \quad 8]\tilde{z}+0u\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=[1 \quad 0]\tilde{z}+0u\end{cases}$

۴ ـ یک سیستم کنترل با مدل مقابل را در نظر بگیرید. به ازای چه مقادیری از k_1+k_2 قطب‌های سیستم در ۴- و ۵- قرار می‌گیرد؟

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-k_1 & 0\\ 1 & 2k_2-1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x\end{cases}$$

۱) ۲- ۲) ۴ ۳) ۳/۵ ۴) هر دو گزینه ۱ و ۳

۵ ـ دینامیک یک فرآیند توسط معادله دیفرانسیلی $-(2a+1)\ddot{y}+(a-3)\dot{y}+y=5u$ داده شده است. به ازای چه مقدار از a دینامیک سیستم پایدار است؟

$-4<a<4$

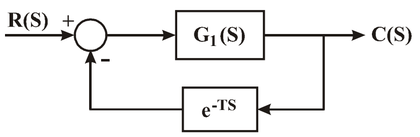
دینامیک سیستم: $-(2a+1)\ddot{y}+(a-3)\dot{y}+y=5u$

۱) $-3<a<3$ ۲) $a>3$ ۳) $a<3$ ۴) $a<-3$

۶ ـ ماتریس انتقال حالت $\varphi(t)$ متناظر با ماتریس سیستم $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$ در کدام گزینه آمده است؟

۱) $\begin{bmatrix}e^{-2t}+e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-t}\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}e^{2t} & 0\\ 0 & e^{-t}\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}e^{-2t} & 0\\ 0 & e^{-2t}+e^{-t}\end{bmatrix}$

۷ ـ اگر حد فاز تابع تبدیل $G_1(s)$ وقتی که $T=0$ است برابر با $(P.M)>0$ باشد. حداکثر میزان تأخیر T در مسیر فیدبک که سیستم حلقه بسته پایدار باشد، کدام است؟ (فرکانس تقاطع بهره را با ω_g نمایش می‌دهیم.)



۱) $T<\frac{(P.M)_1}{\omega_g}$

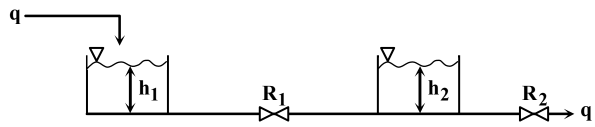
۲) $T>\frac{-(P.M)_1}{2\omega_g}$

۳) $-\frac{(P.M)_1}{\omega_g}<T<0$

۴) $T>\omega_g(P.M)_1$

۸ ـ دو تانک پشت سر هم مطابق شکل را در نظر بگیرید. در مدل فضای حالت state space ماتریس A کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$



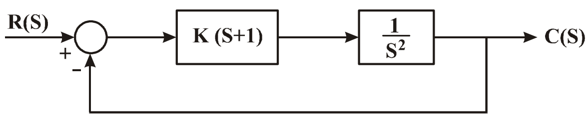
۱) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{\tau_1 + \tau_2 + A_1R_1}{\tau_1\tau_2} & \dfrac{1}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$

۲) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{\tau_1 + \tau_2 + A_1R_1}{\tau_1\tau_2} & -\dfrac{1}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$

۳) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{\tau_1\tau_2} & \dfrac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$

۴) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{\tau_1\tau_2} & -\dfrac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$

۹ ـ نمودار جعبه‌ای یک سیستم کنترلی به صورت زیر می‌باشد. مقدار بهره‌ی k به گونه‌ای که مقدار حاشیه‌ی فاز 60° باشد، کدام است؟ (پاسخ به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک است) $(tg60^\circ = 1/7)$



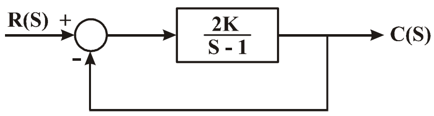
۱) ۲/۵۳

۲) ۱/۴۶

۳) ۰/۵۳

۴) ۳/۳۷

۱۰ ـ یک سیستم کنترلی حلقه بسته در شکل زیر نشان داده شده است، با استفاده از معیار پایداری نایکوئیست مقدار بحرانی k جهت پایداری سیستم کدام است؟



۱) $0 < k < 1$

۲) $k > 1$

۳) $-1 < k < 1$

۴) $k > \frac{1}{2}$

۱۱ ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱) نقطه‌ی بحرانی $-1+0j$ در نمودار قطبی (نمودار نایکوئیست) متناسب با نقطه‌ی $(0dB, -180^\circ)$ در نمایش هندسی نیکولز است.

۲) نمایش هندسی نیکولز برای تعیین پاسخ فرکانس حلقه بسته یک سیستم با استفاده از پاسخ فرکانسی حلقه باز می‌باشد.

۳) با افزایش (کاهش) بهره حلقه باز یک سیستم کنترلی، مکان هندسی $G(j\bar{\omega})$ در دیاگرام لگاریتم اندازه بر حسب فاز به سمت بالا (پایین) در امتداد محور عمودی شیفت پیدا می‌کند.

۴) در فرکانس‌های خیلی پایین، فاز تأخیری از رابطه‌ی $(n-m)\,-90^\circ$ که m درجه صورت و n درجه مخرج می‌باشد، محاسبه می‌گردد.

۱۲ ـ برای یک سیستم کنترلی از مرتبه اول با تابع تبدیل G(s)، خروجی حالت دائم به ورودی سینوسی زیر کدام است؟

$$G(s) = \frac{k}{Ts+1} = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$x(t) = X\sin\omega t$$

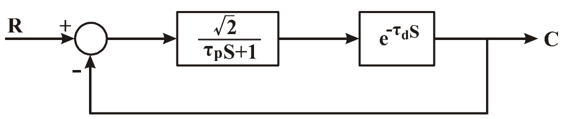
۱) $y_{ss} = \dfrac{+Xk}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}\sin(\omega t + tg^{-1}2\omega T)$

۲) $y_{ss} = \dfrac{-Xk}{\sqrt{(T\omega)^2-1}}\sin(\omega t - tg^{-1}2\omega T)$

۳) $y_{ss} = \dfrac{Xk}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}\sin(\omega t - tg^{-1}\omega T)$

۴) $y_{ss} = \dfrac{-Xk}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}\sin(\omega t - tg\sqrt{2}\omega T)$

۱۳ ـ در مدار فیدبک پایین حد پایداری مدار بسته به ازای چه مقادیری از $\frac{\tau_d}{\tau_p}$ حاصل می‌شود؟



۱) $\frac{۳\pi}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}\pi}{۲}$

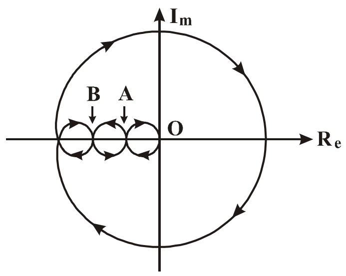
۳) $\frac{\pi}{۲}$

۴) $\frac{\pi}{۴}$

۱۴ ـ کدام‌یک از توابع تبدیل مدار باز سیستم‌های کنترلی زیر می‌تواند ناپایدار باشد؟ (با فرض $\tau > ۰$)

۱) $\frac{k_c}{\tau s + ۱}$ ۲) $\frac{k_c(۱-s)}{\tau s+۱}$ ۳) $\frac{k_c}{\tau^۲ s^۲ + ۲\tau s + ۱}$ ۴) $\frac{k_c}{\tau^۲ s^۲ + \tau s + ۱}$

۱۵ ـ در یک سیستم کنترل تمام قطب‌های سیستم در سمت چپ محور موهومی هستند، و دیاگرام نایکوئیست مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر طول OA برابر دو باشد، تعداد عوامل ناپایدار کننده سیستم کدام گزینه است؟



۱) دو عدد

۲) یک عدد

۳) سیستم پایدار

۴) سیستم در آستانه ناپایداری

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = y \\ z_2 = \dot{z}_1 = \dot{y} \\ \dot{z}_2 = \ddot{y} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = 2u - (\sin x) z_1 - 3x z_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sin x & -3x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

۲ ـ گزینه «۴»

$$G(s) = C(SI - A)^{-1} B + D = [1 \quad 3] \begin{bmatrix} s+10 & 24 \\ -1 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [1 \quad 3] \frac{1}{s(s+10)+24} \begin{bmatrix} s & -24 \\ 1 & s+10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{s^2 + 10s + 24} [1 \quad 3] \begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{s+3}{s^2 + 10s + 24}$$

۳ ـ گزینه «۱»

$$\frac{Y}{U}=\frac{\frac{8}{s}+\frac{1}{s^2}}{1+\frac{5}{s}+\frac{6}{s^2}}$$

$$8su+u=s^2y+5sy+6y \Rightarrow \ddot{y}+5\dot{y}+6y=u+8\dot{u}$$

$$\begin{cases} y=z_1 \\ \dot{y}=\dot{z}_1=z_2 \\ \ddot{y}=\dot{z}_2=u-5z_2-6z_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u \\ y=8z_2+z_1=[1 \quad 8]\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+0u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u \\ \tilde{y}=[1 \quad 8]\tilde{z} \end{cases}$$

۴ ـ گزینه «۳»

$$\Delta(s)=\det(SI-A)=0 \Rightarrow \Delta(s)=\begin{vmatrix}s+k_1 & 0\\ -1 & s-2k_2+1\end{vmatrix}=0$$

$$(s+k_1)(s-2k_2+1)=s^2-2k_2s+s+k_1s-2k_1k_2+k_1=s^2+(1+k_1-2k_2)s-2k_1k_2+k_1$$

$$=(s+5)(s+4)=s^2+9s+20$$

$$\begin{cases} -2k_1k_2+k_1=20 \\ 1+k_1-2k_2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \begin{cases} k_1=0 \\ k_1=8 \end{cases} & \begin{cases} k_1=5 \\ k_2=-1/5 \end{cases} \\ \begin{cases} k_2=-4 \\ k_2=0/5 \end{cases} & \begin{cases} k_1=4 \\ k_2=-2 \end{cases} \end{matrix}$$

۵ ـ گزینه «۳»

$$z_1=y$$

$$\dot{z}_1=\dot{y}=z_2$$

$$\dot{z}_2=\ddot{y}=\frac{-5}{(2a+1)}u+\frac{(a-3)}{(2a+1)}z_2+\frac{1}{(2a+1)}z_1$$

$$\dot{\underset{\sim}{z}}=\underbrace{\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{(2a+1)} & \frac{(a-3)}{(2a+1)}\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{-5}{(2a+1)}\end{bmatrix}u$$

$$\det(SI-A)=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} s & -1 \\ \dfrac{-1}{(2a+1)} & s-\dfrac{(a-3)}{(2a+1)} \end{vmatrix} = s^2-(\frac{a-3}{2a+1})s-(\frac{1}{2a+1})=0$$

شرط پایداری $\frac{a-3}{2a+1}<0 \Rightarrow -a<-3 \Rightarrow a<3 \;\&\; \frac{1}{2a+1}>0$ برقرار است

مقادیر ویژه ماتریس سیستم در نمایش فضای حالت معادل قطب‌ها یا ریشه‌های مشخصه سیستم هستند، لذا با محاسبه مقادیر ویژه این ماتریس می‌توان به راحتی پایداری سیستم را مورد تحلیل و بررسی قرار داد.

۶ ـ گزینه «۳»

$$\varphi(t)=L^{-1}\{(SI-A)^{-1}\}$$

$$SI-A=\begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix} \Rightarrow (SI-A)^{-1}=\frac{1}{(s+1)(s+2)}\begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix} \Rightarrow \varphi(t)=\begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

۷ ـ گزینه «۱»

$$G_1H_1(J\omega)=G_1(J\omega)\;,\; H_1(J\omega)=1$$

فرکانس تقاطع بهره : $|G_1H_1(j\omega_g)|=|G_1(j\omega_g)|=1 \Rightarrow (P.M)_1=\angle G_1(j\omega_g)+180^\circ$

$$GH(j\omega)=G_1(j\omega)e^{-j\omega T} \Rightarrow |GH(j\omega_g)|=|G_1(j\omega_g)||e^{-j\omega_g T}|=|G_1(j\omega_g)|=1$$

$$\Rightarrow P.M=\angle GH(j\omega_g)+180^\circ=\angle[G_1(j\omega_g)e^{-j\omega_g T}]+180^\circ=\angle G_1(j\omega_g)-\omega_g T+\pi=(P.M)_1-\omega_g T$$

$$P.M=(P.M)_1-\omega_g T>0 \Rightarrow T<\frac{(P.M)_1}{\omega_g}$$

* بر اساس این تست یکی از روش‌های به دست آوردن حداکثر تأخیر در سیستم که تابع تبدیل حلقه بسته پایدار بماند، مشخص می‌شود. در ابتدا فرض می‌کنیم $T=0$ پس حد فاز سیستم بدون تأخیر $(P.M)_1$ را محاسبه کرده و با تقسیم آن بر فرکانس تقاطع بهره ω_g حداکثر تأخیر مجاز به دست می‌آید.

۸ ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} A_1 \dfrac{dh_1}{dt} = q - \dfrac{h_1}{R_1} \\ A_2 \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{h_1}{R_1} - \dfrac{h_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{q}{A_1} - \dfrac{h_1}{A_1R_1} \\ \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{h_1}{A_2R_1} - \dfrac{h_2}{A_2R_2} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{A_1R_1} & 0 \\ \dfrac{1}{A_2R_1} & -\dfrac{1}{A_2R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} q \Rightarrow [h_2] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} q \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow D = \frac{d}{dt} \Rightarrow \begin{cases} A_1Dh_1 = q - \dfrac{h_1}{R_1} \\ A_2Dh_2 = \dfrac{h_1}{R_1} - \dfrac{h_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (A_1D + \dfrac{1}{R_1})h_1 = q \\ (A_2D + \dfrac{1}{R_2})h_2 = \dfrac{h_1}{R_1} \end{cases}$$

$$h_1 = \frac{q}{(A_1D + \dfrac{1}{R_1})} \Rightarrow (A_2D + \frac{1}{R_2})h_2 = \frac{q}{R_1(A_1D + \dfrac{1}{R_1})}$$

$$\Rightarrow (A_2D + \frac{1}{R_2})(A_1D + \frac{1}{R_1})h_2 = \frac{q}{R_1} \Rightarrow (A_1A_2D^2 + (\frac{A_2}{R_1} + \frac{A_1}{R_2})D + \frac{1}{R_1R_2})h_2 = \frac{q}{R_1}$$

$$\tau_1 = A_1R_1 \ , \ \tau_2 = A_2R_2$$

$$\xrightarrow{*R_1R_2} (A_1R_1A_2R_2D^2 + (A_2R_2 + A_1R_1)D + 1)h_2 = R_2q$$

$$\Rightarrow \tau_1\tau_2D^2h_2 + (\tau_1 + \tau_2)Dh_2 + h_2 = R_2q \Rightarrow \tau_1\tau_2\frac{d^2h_2}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2)\frac{dh_2}{dt} + h_2 = R_2q$$

$$y = \frac{dh_2}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{d^2h_2}{dt^2} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{\tau_1\tau_2}h_2 - \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2}y + \frac{R_2}{\tau_1\tau_2}q$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} h_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{-1}{\tau_1\tau_2} & -\dfrac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_2 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{R_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$$

۹ ـ گزینه «۲»

$$g(S) = \frac{K(S+1)}{S^2}$$

$$\Rightarrow G(j\omega) = \frac{k(j\omega+1)}{(j\omega)^2}, \angle G(j\omega) = \angle k + \angle(j\omega+1) - \angle(j\omega)^2$$

$$\angle G(j\omega) = 0 + tg^{-1}\omega - 2tg^{-1}(\frac{\omega}{0}) = tg^{-1}\omega - 2(90^\circ)$$

$$\angle G(j\omega) = tg^{-1}\omega - 180^\circ$$

حاشیه فاز $= 60^\circ$, $P.M = 180 + \rho$, $P.M =$ حاشیه فاز $\rho = (\omega_g$ زاویه تابع تبدیل حلقه باز)

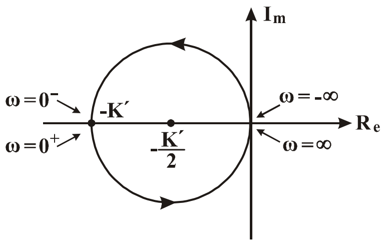
$\omega_g =$ gain crossover frequency $\Rightarrow 60^\circ = 180 + \varphi \Rightarrow \varphi = -120^\circ$

$$\angle G(j\omega_g) = -120^\circ = tg^{-1}\omega - 180 \Rightarrow tg^{-1}\omega = 60^\circ \Rightarrow \omega = 107 \Rightarrow \omega = 1/7$$

$$|G(j\omega_g)|=\frac{k\,|\,j\omega_g+۱|}{\omega_g^{۲}}=\frac{k\sqrt{\omega_g^{۲}+۱}}{\omega_g^{۲}}=\frac{k\sqrt{۲.۸۹+۱}}{۲/۸۹}=۱$$

$$k\sqrt{۳/۸۹}=۲/۸۹\Rightarrow k=۱/۴۶$$

۱۰ ـ گزینه «۴»



$$GH(S)=\frac{۲k}{s-۱},H=۱\ ,\ ۲k=k'$$

$$GH(S)=G(S)=\frac{۲k}{s-۱}\ \Rightarrow\ G(j\omega)=\frac{۲k}{j\omega-۱}=\frac{k'}{j\omega-۱}$$

نمودار قطبی تابع تبدیل حلقه باز سیستم کنترلی فوق یک دایره به مرکز $(-\frac{k'}{۲},\circ)$ و شعاع $\frac{k'}{۲}$ است: سیستم فوق یک قطب در سمت راست صفحه S قرار دارد.

$$\Rightarrow\ Z=N+P\ \Rightarrow\ Z=N+۱\quad (p=۱)$$

$\circ=N+۱\ \Rightarrow\ N=-۱\ \Leftarrow$ باشد $z=\circ$ برای پایداری سیستم

$$-k'<-۱\ \Rightarrow k'>۱\ \Rightarrow\ ۲k>۱\ \Rightarrow\ k>\frac{۱}{۲}$$

۱۱ ـ گزینه «۳»

$$G(j\omega)=\frac{k}{Tj\omega+۱}\ \Rightarrow\ |G(j\omega)|=\frac{k}{\sqrt{(T\omega)^{۲}+۱}}$$

$$y_{ss}(t)=y\sin(\omega t+\varphi)\ ,\ y=|G(j\omega)|\,x=\frac{xk}{\sqrt{(T\omega)^{۲}+۱}}$$

$$y_{ss}(t)=\frac{xk}{\sqrt{(T\omega)}}\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\varphi=\angle y(j\omega)=\angle x(j\omega)+\angle G(j\omega)=\circ+\angle G(j\omega)=\angle G(j\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi = -tg^{-1}\omega T$$

$$y_{ss}(t) = \frac{xk}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}\sin(\omega t - tg^{-1}\omega T)$$

۱۲ ـ گزینه «۱»

$$G(S) = \frac{\sqrt{2}e^{-t_d s}}{(T_p s+1)} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{\sqrt{2}e^{-t_d j\omega}}{(T_p j\omega+1)}$$

$$|G(j\omega_g)| = 1 \Rightarrow \frac{|\sqrt{2}e^{-j\omega_g t_d}|}{|1+j\omega_g T_p|} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\omega_g^2 T_p^2+1}} = 1$$

$$(\omega_g^2 T_p^2+1) = \sqrt{2} \Rightarrow \omega_g^2 = \frac{1}{T_p^2} \Rightarrow \omega_g = \frac{1}{T_p}$$

$$P.M \text{ حاشیه فاز} = 180+\angle\cos(j\omega_g) = \pi+\angle G(j\omega_g)\angle G(j\omega_g) = \angle e^{-j\omega_g\tau_d} - \angle 1+j\omega_g\tau_p = -\omega_g\tau_d - t_g^{-1}\omega_g\tau_p$$

$$P.M = \pi + (-\frac{\tau_d}{\tau_p} - tg^{-1}1) = \pi - \frac{\tau_d}{\tau_p} - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\tau_d}{\tau_p}$$

سیستم‌های همفاز $P.M > 0 \Rightarrow \frac{3\pi}{4} > \frac{\tau_d}{\tau_p}$

* در صورت اشتباه در محاسبات و نحوه درست محاسبه کردن محدوده فاز و فهم اینکه سیستم مینیمم هم‌فاز می‌باشد و جهت پایداری باید $P.M > 0$ باشد از نکات این تست می‌باشد که با دانستن این مفاهیم داوطلب گزینه درست را محاسبه می‌کند.

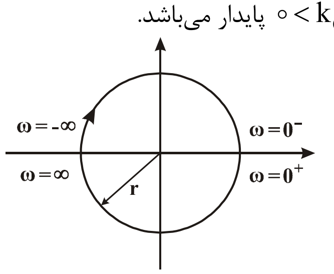
۱۳ ـ گزینه «۲»

$G_1(S) = \frac{k_c}{\tau s+1} \Rightarrow S = -\frac{1}{t} < 0$ سیستم پایدار است.

$G_2(s) = \frac{k_c}{\tau^2 s^2+\tau s+1}$, $G_3(s) = \frac{k_c}{\tau^2 s^2+2\tau s+1}$ هر دو سیستم پایدار است. $\tau > 0$

$$G_4(s) = \frac{k_c(1-s)}{\tau s+1}$$

شرایط پایداری $1 > k_c > 0$ پس G_4 فقط در $0 < k_c < 1$ پایدار می‌باشد.



نمودار نایکوئیست G_4

۱۴ ـ گزینه «۱»

تعداد قطب‌های حلقه باز که در سمت راست محور موهومی قرار دارند، برابر با صفر است. با توجه به شکل مسأله نمـودار نایکوئیـست ($OA = ۲$) دوبار نقطه ۱- را دور می‌زند.

$$N = ۲ \Rightarrow Z = N + P = ۲ + ۰ = ۲$$

در نتیجه تعداد قطب‌های حلقه‌های بسته که در سمت راست محور موهومی قرار دارند برابر با ۲ است ($Z = ۲$) یـا بـه عبـارتی دیگـر ۲ ریـشه از معادله مشخصه سیستم کنترلی در سمت راست محور موهومی قرار دارند، در نتیجه سیستم ناپایدار است و تعداد عوامل ناپایدار کننده، دو تا است (دو قطب ناپایداری برای سیستم حلقه بسته).